

۱ الف)  $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$  - نادرست

ب)  $\exists n \in \mathbb{N}; (2^{2n} + 1) \notin P$  - درست

پ)  $\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \geq -2$  - نادرست

ت)  $\forall y \in \mathbb{R}; \frac{y - 2}{5} \neq 0$  - درست

ت) نادرست

پ) درست

ب) درست

۲ الف) نادرست

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

۳ از عکس نقیض کمک می‌گیریم:

$$\Pi \text{ مضرب } 3 : \begin{cases} n = 3q + 1 \Rightarrow n^2 = 9q^2 + 6q + 1 = 3 \\ n = 3q + 2 \Rightarrow n^2 = 9q^2 + 12q + 4 = 3 \end{cases}$$

پس گزاره درست است.  $\Rightarrow$

p	p	$p \Rightarrow p$
د	د	د
ن	د	د
د	ن	ن
ن	ن	ن

$$p \Rightarrow p \equiv T \text{ (الف) } \textcircled{4}$$

p	f	$p \vee f$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	د
د	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

$$p \vee F \equiv p \text{ (ب)}$$

p	T	$p \wedge T$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	$\text{ن} \equiv p$
د	ن	ن
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

$$p \wedge T \equiv p \text{ (پ)}$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \text{ (ت)}$$

p	q	$q \vee p$	$p \wedge (q \vee p)$
د	د	د	د
ن	د	د	ن
د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$p \wedge (q \vee p) \equiv p \text{ (ث)}$$

p	q	$q \wedge p$	$p \vee (q \wedge p)$
د	د	د	$\text{د} \equiv p$
د	ن	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	د	ن	$\text{ن} \equiv p$
ن	ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

$$p \vee (q \wedge p) \equiv p \text{ (ج)}$$

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow [q \Rightarrow r]$	$p \wedge q$	$[p \wedge q] \Rightarrow r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د

(ب) درست  
(ت) درست  
(ج) درست  
(ح) درست

الف) نادرست  
ب) نادرست  
ث) نادرست  
ج) درست  
چ)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۵

$p \Leftrightarrow q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$\exists x \in \mathbb{R}^+; -3 < 2x - 5 < -1$	$2 < 2x < 4 \Rightarrow 1 < x < 2$
د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن

اگر a زوج نباشد آنگاه  $a^2$  زوج نیست.

۶

۷

بنابراین سور وجودی موردنظر درست است. نقیض گزاره موردنظر به صورت زیر خواهد شد.

$\sim(\exists x \in \mathbb{R}^+; -3 < 2x - 5 < -1) \equiv \forall x \in \mathbb{R}^+; \sim(-3 < 2x - 5 < -1)$   
 $\equiv \forall x \in \mathbb{R}^+; (2x - 5 < -3 \vee 2x - 5 > -1)$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim[p \Leftrightarrow q]$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow \sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	د	ن	د	د

در نتیجه:  $p \Rightarrow p \equiv T$

(ب)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \vee q$	$[p \vee \sim q] \vee [\sim p \vee q]$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د	د

در نتیجه:  $(p \vee \sim q) \vee (\sim p \vee q) \equiv T$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv \sim(p \wedge q) \vee r \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د

یا:

$$(\sim p \vee q) \equiv p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p \not\equiv \sim q \Rightarrow p$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۱

$$P \wedge q \Rightarrow \begin{cases} P \text{ د}, q \text{ ن} \Rightarrow \sim(P \Rightarrow q) \text{ د}, \sim(q \Rightarrow P) \text{ ن} \Rightarrow \sim(P \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow P) \text{ د} \equiv P \vee q \\ P \text{ ن}, q \text{ د} \Rightarrow \sim(P \Rightarrow q) \text{ ن}, \sim(q \Rightarrow P) \text{ د} \Rightarrow \sim(P \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow P) \text{ د} \equiv P \vee q \\ P \text{ ن}, q \text{ ن} \Rightarrow \sim(P \Rightarrow q) \text{ ن}, \sim(q \Rightarrow P) \text{ ن} \Rightarrow \sim(P \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow P) \text{ ن} \equiv P \vee q \end{cases}$$

$$(P \Leftrightarrow q) \equiv [(P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P)]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۲