

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح  
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۴  
تعداد صفحات سؤال: ۴ صفحه

پایه: دوازدهم  
رشته: ریاضی  
سال تحصیلی: ۱۴۰۲-۱۴۰۳

نام و نام خانوادگی:  
نوبت امتحانی: پایانی نوبت اول  
نام دبیر: جناب آقای رهنما  
سؤال امتحان درس: هندسه ۲

به حروف:

نمره به عدد:

۱. اگر  $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$  ، ماتریس  $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$  را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.

1

۲. با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی  $I$ ، درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید.

$$(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$$

1

۳. ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید. اگر  $A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.

1

۴. ماتریس  $[a_{ij}]_{3 \times 3}$  به صورت  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$  معرفی شده است. مقدار  $k$  را طوری بیابید که رابطه‌ی  $|kA| = 625$  برقرار باشد.

۱/۲۵

۵. اگر دو ماتریس مربعی  $A$  و  $B$  به صورت  $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  باشند:

۱/۲۵

الف) ماتریس  $A$  را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.

ب) ماتریس  $B^2$  را محاسبه کنید.

۶. ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  به صورت  $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i > j \\ i + j & i \leq j \end{cases}$  داده شده است. ماتریس  $A^{-1}$  را به دست آورید.

۱/۵

۷. اگر  $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل عبارت  $(A^{-1} + I)^{-1}$  را محاسبه نمایید.

۱/۵

۸. اگر  $\begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$  باشد، مقدار  $\begin{vmatrix} 1 & b & a+1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$  را بیابید.

۱/۵

۹. روی وجود و عدم وجود جواب‌های هر یک از دستگاه‌های زیر بحث کنید و در صورت وجود، جواب را با استفاده از  $A^{-1}$  بیابید.

۱/۵

الف)  $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

ب)  $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ -2x - 6y = 1 \end{cases}$

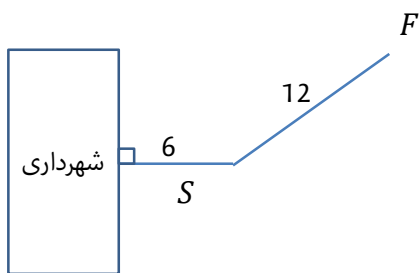
$$\text{پ) } \begin{cases} -2x + 3y = 2 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases}$$

۱۰. نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از  $C$  به فاصله‌ی ۳ سانتی‌متر باشد. (بحث کنید).

۱/۲۵

۱۱. نمودار مقابل محل قرار گرفتن ساختمان شهرداری، مجسمه‌ی  $S$  و فواره‌ی  $F$  را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میله‌ی پرچم را در محلی نصب کنیم که از مجسمه و فواره به یک فاصله باشد و از مقابل ساختمان شهرداری به فاصله‌ی ۹ متر باشد. مکان هندسی محل نصب میله‌ی پرچم را تعیین کنید.

۱/۲۵



۱۲. مقدار  $C$  را چنان بیابید که دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + c = 0$  بر دایره  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$  مماس بیرون باشد.

۱/۵

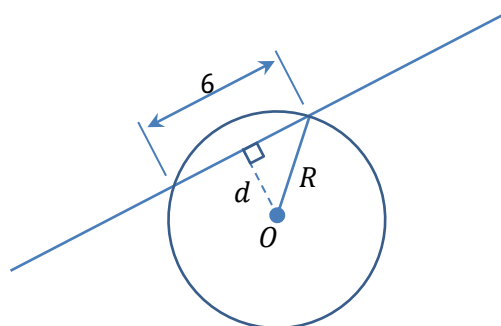
۱۳. در دایره به معادله‌ی ضمنی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع

$$\text{دایره برابر با } r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} \text{ است.}$$

۱/۵

۱۴. مرکز دایره‌ای، نقطه‌ی  $O(2, -3)$  است. این دایره روی خط  $3x - 4y + 2 = 0$  و تری به طول ۶ جدا می‌کند.

معادله‌ی دایره را بنویسید.



۱۵. اگر خط  $y = 2x + a$  بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + c = 0$  مماس باشد، مقادیر  $a$  را حساب کنید.