



نام و نام خانوادگی:

پایه: دوازدهم

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح

نوبت امتحانی: پایانی نوبت اول

رشته: ریاضی

وقت امتحان: ۹۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۶

تعداد صفحات سؤال: ۳ صفحه

سال تحصیلی: ۱۴۰۲-۱۴۰۳

نام دبیر: جناب آقای

سؤال امتحان درس: گسسته

به حروف:

نمره به عدد:

۱. درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

۱/۵

(الف) اگر $a|b$ و $b \neq 0$ ، در این صورت $|a| > |b|$.(ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a|c, b|c)$ و $(\forall m > 0, a|m, b|m \rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$.(پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m ، اگر باقی مانده‌ی تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \equiv r \pmod{m}$.(ت) بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۴ و -2 برابر -2 است.

۲. گزاره‌های زیر را با اثبات و یا با ارائه مثال نقض آن‌ها را رد کنید.

۲

(الف) مربع و مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.

(ب) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.

۳. اگر α و β دو عدد گنگ باشند، ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.

۱/۵

۴. اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد a بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۲ و ۵ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم عدد a را بر ۴۲ بیابید.

۱/۵

۵. اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد، به طوری که $5|4k + 1$ ، ثابت کنید $25|16k^2 + 28k + 6$.

۱/۵

۶. اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $(5a + 4, 2a + 3)$ را به دست آورید.

۱/۵

۷. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $(1! + 2! + 3! + \dots + 200!)$ را بر ۱۵ به دست آورید.

۱/۵

۸. اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن همان سال چه روزی خواهد بود؟

۱/۵

۹. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.

۱/۵

۱۰. باقی مانده‌ی تقسیم $(38^{36} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.

۱/۵

۱۱. معادله‌ی سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.

۱/۵

۱۲. دانش‌آموزی در یک آزمون علمی شرکت کرده است. او به پرسش‌های ۵ امتیازی و ۳ امتیازی پاسخ داده و مجموعاً ۴۲

امتیاز کسب کرده است. (پاسخ به هر پرسش یا امتیاز کامل دارد یا امتیازی ندارد.)

این دانش‌آموز به چه صورت‌هایی توانسته این امتیاز را کسب کند؟

۱۳. ثابت کنید عدد $23^{51} - 11^{51} - 12^{51}$ بر عدد ۱۳۲ بخش‌پذیر است.

۱/۵

۲